

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

علم الميكانيك (٣) + الخواص الميكانيكية

كلية الهندسة المدنية – السنة الأولى

د. صبا عياش

تتناسب قوى الإجهاد τ طردا مع مقدار التشوه γ وفق العلاقة
 $\tau = G \gamma$ (معامل القص)

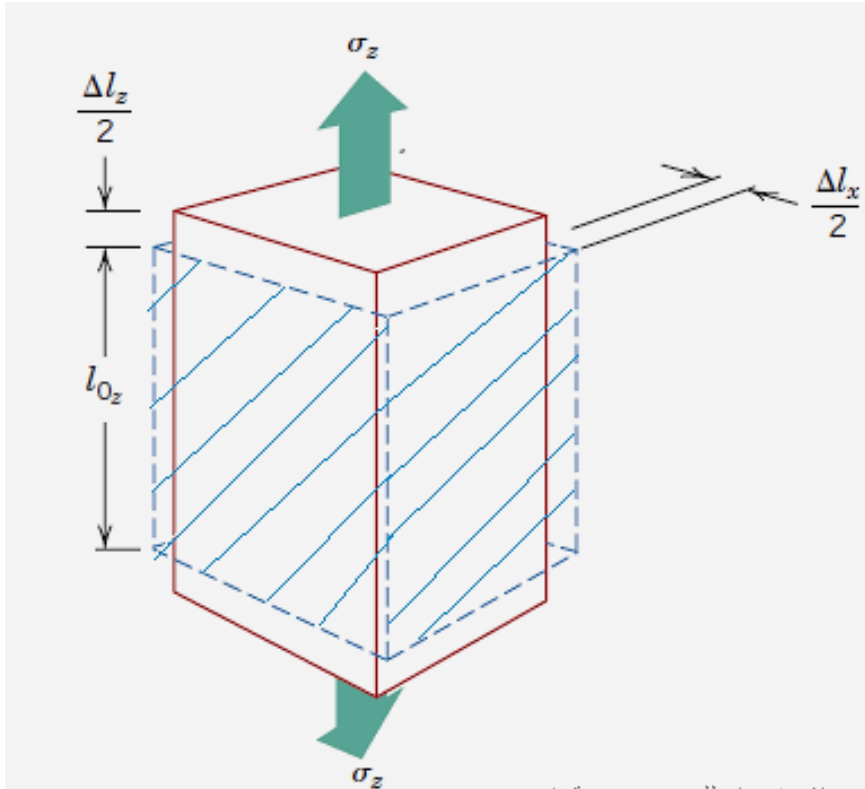
واحدات الإجهاد الأخرى
Mpa, Psi

$N/m^2 = Pascal$

واحدة الإجهاد

ماهي واحدة معامل القص

يطبق
قانون
 $\sigma = Y \epsilon$ في
حالة
الاستطالة
وفق
الاتجاهات
X, Y, Z



خصائص المرونة للمعادن

عند تطبيق إجهاد شدي على
عينة معدنية ، يترافق الإجهاد
مع استطالة نسبية في اتجاه
الشد ϵ_z و تقلص في
الاتجاهين X و Y (ϵ_x ،
 ϵ_y) بحيث يكون $\epsilon_x = \epsilon_y$

معامل بواسون ν

تعرف نسبة بواسون بأنها نسبة التقلص الأفقي النسبي (ϵ_x) إلى

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} : \text{الازدياد المحوري النسبي } (\epsilon_z)$$

الاستطالة النسبية في الاتجاهين x و y (-) هي بعكس اتجاه الاستطالة النسبية في الاتجاه z (+).

قيمة ν
موجبة
دائما

توجد علاقة تربط بين

نسبة بواسون ν

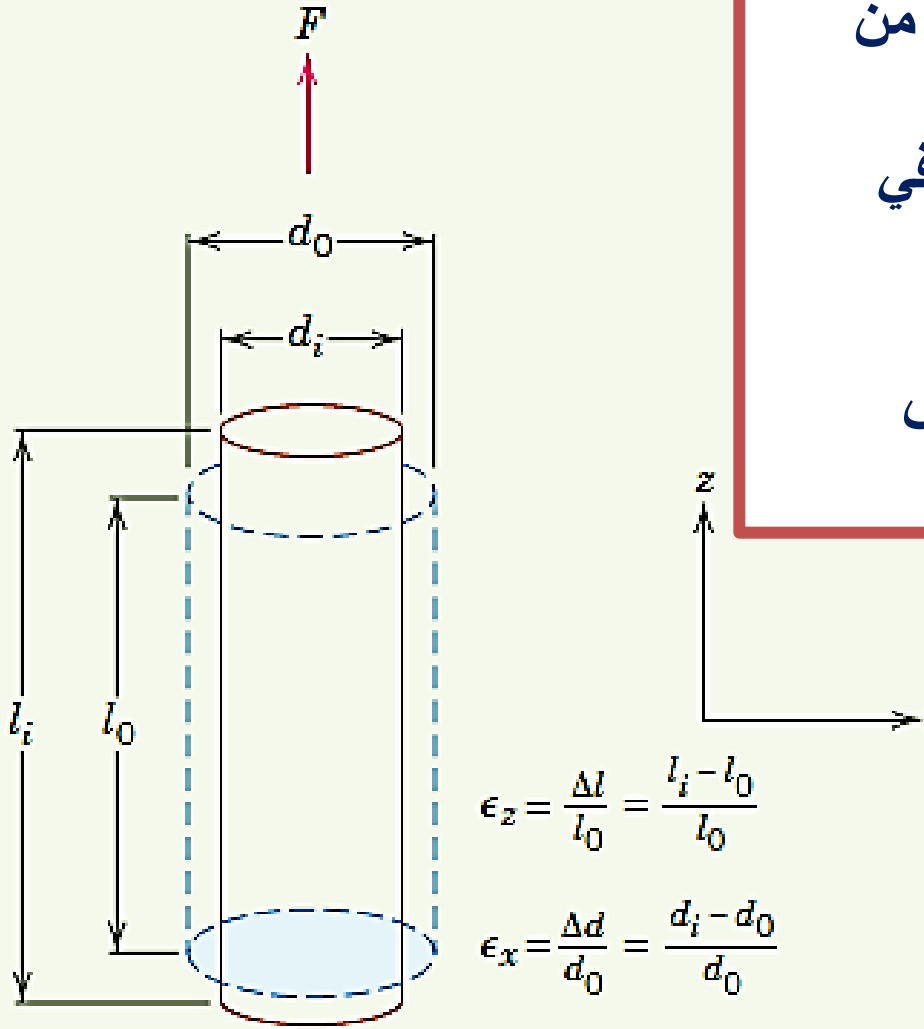
معامل يانغ Y

معامل القص G

$$Y = 2G (1 + \nu)$$

مثال محلول (صفحة 78)

نطبق إجهاد شدي على طول محور أسطوانة من النحاس الأصفر قطرها (10mm) ، عين قيمة الحمولة المطلوبة لينتج لدينا تغير في القطر مقداره $(2.5 \times 10^{-3} \text{mm})$ إذا اعتبرنا أن التشوه الحاصل تشوه مرن $\gamma = 10.1 \times 10^4 \text{Mpa}$ ، معامل بواسون للنحاس الأصفر $\nu = 0.35$



$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_i - l_0}{l_0}$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d_i - d_0}{d_0}$$

في هذه الحالة، تم تطبيق إجهاد شد على طول المحور Z أدى لاستطالة نسبية ϵ_z في اتجاه الشد و تقلصات نسبية مرنة في الاتجاه x (اتجاه نصف القطر هنا)

$$F = 5660 \text{N}$$

$$\sigma = 72.1 \text{Mpa}$$

إذا كان الإجهاد الذي يبدأ عنده تشوه عينة من خليطة النحاس تشوها
لنا هو 345Mpa و بفرض أن معامل المرونة لهذه الخليطة هو
 $10.3 \times 10^4 \text{ Mpa}$ فأوجد :

- قوة الحمولة الأعظمية الواجب تطبيقها على عينة تملك مساحة مقطع
عرضي 130mm^2 قبل أن تتشوه تشوها لنا
- الطول الأعظمي للعينة إذا كان طولها الأصلي 76mm و ذلك قبل أن
تتشوه تشوها لنا

$$\begin{aligned}\sigma_y &= 345\text{Mpa} \\ A_0 &= 130\text{mm} \\ Y &= 10.3 \times 10^4 \text{ Mpa} \\ L_0 &= 76\text{mm}\end{aligned}$$

$$F=44850\text{N}$$

$$\Delta L=0.2545\text{mm}$$

$$L=L_0+\Delta L : \text{الطول الأعظمي}$$

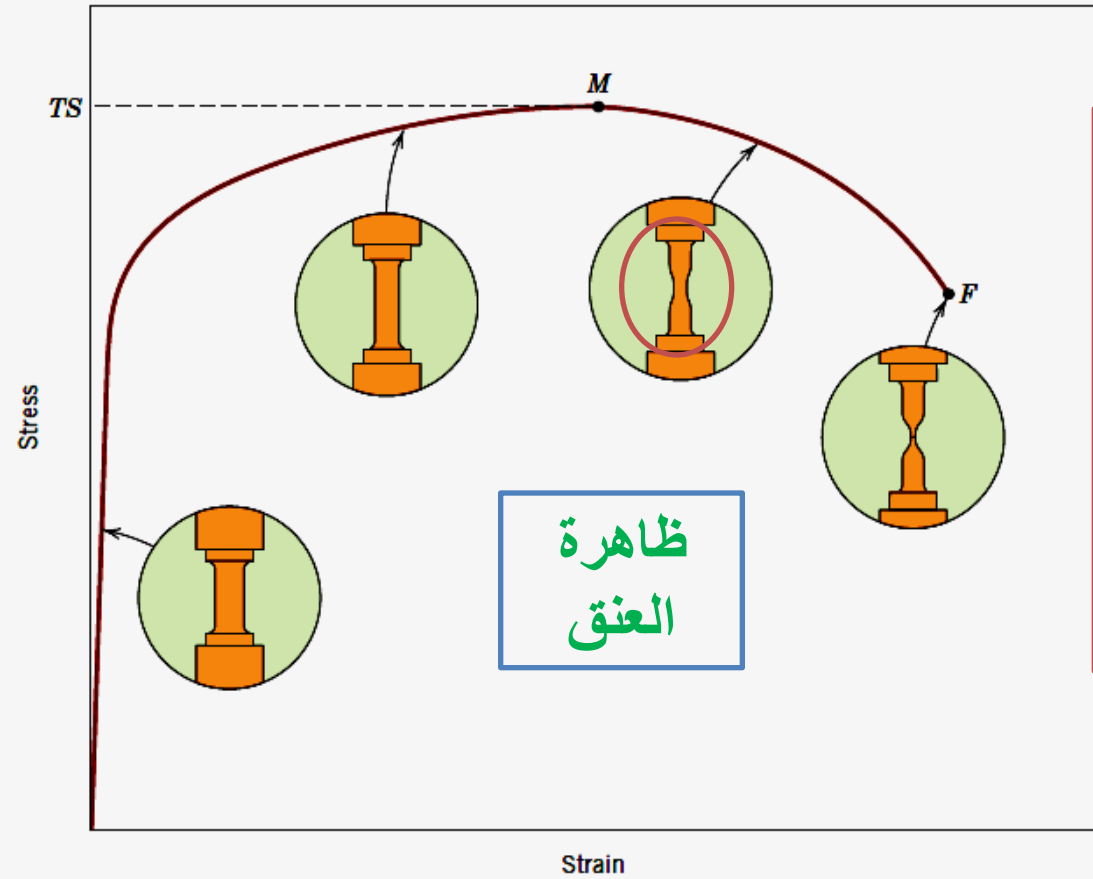
قوة الحمولة الأعظمية مرتبطة
بالإجهاد الذي يبدأ عنده التشوه
اللدن $\sigma_y = F/A_0$:

يحسب الطول الأعظمي من علاقة

$$\sigma = Y\varepsilon \text{ الإجهاد}$$

$$\varepsilon = \Delta L/L_0 \text{ حيث}$$

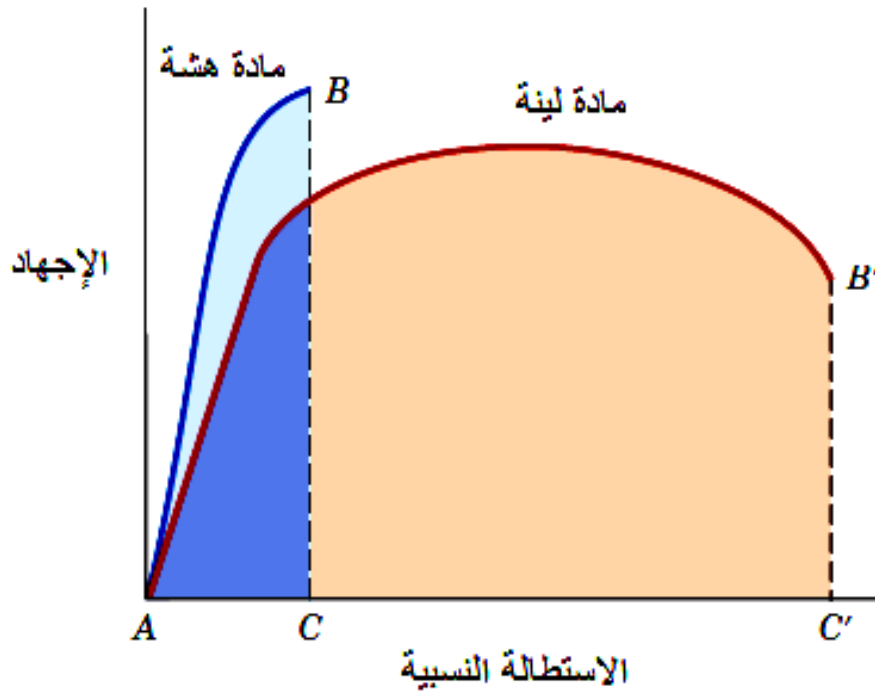
مقاومة الشد



تعرف مقاومة الشد T_s بأنها النقطة التي يكون فيها الإجهاد أعظمي في المنحني إجهاد - استطالة نسبية وهي القيمة المقابلة للنقطة M على المنحني .

تقدر مقاومة الشد
بوحدة Mpa

الليونة



خاصية ميكانيكية تقيس درجة التشوه اللدن الذي تتحمله المادة حتى تتكسر (تتقطع) وتقسم المواد وفقا لهذه الخاصية إلى :
مواد هشة / مواد لينة

الرجوعية

تعرف الرجوعية بأنها مقدرة المادة على الاستعادة أو الرجوع لشكلها الأصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليها أي قدرتها على امتصاص الطاقة خلال التشوه المرن .

مسائل في الخواص الميكانيكية

تملك عينة أسطوانية من الفولاذ قطرا 15.2mm و طول 250mm تم تشويه العينة تشوها مرنا بقوة شد مقدارها 48900N فإذا علمت أن معامل المرونة للفولاذ $Y=20.7 \times 10^4 \text{ Mpa}$ فأوجد مقدار استطالة العينة في اتجاه تطبيق الإجهاد؟ $\Delta l = 0.325 \text{ mm}$

$$A_0 = 181.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad A_0 = \pi(d/2)^2 \quad \text{نوجد}$$

$$\begin{aligned} d &= 15.2 \text{ mm} \\ F &= 48900 \text{ N} \\ Y &= 20.7 \times 10^4 \text{ Mpa} \\ L_0 &= 250 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= F/A_0 \\ \sigma &= Y\varepsilon \\ \varepsilon &= \Delta L/L_0 \end{aligned}$$

$$\Delta l = 0.325 \text{ mm}$$

مسائل في الخواص الميكانيكية

تم تشويه عينة أسطوانية من خليطة النحاس الأصفر قطرها 10mm و طولها 101,6mm بقوة شد (10000N) فإذا كان معامل بواسون لهذه العينة $\nu=0.35$ و معامل يونغ لهذه العينة $Y=10.1 \times 10^4 \text{ Mpa}$ فأوجد :

- مقدار استطالة العينة

- مقدار نقصان قطر العينة

اتجاه ϵ_x و ϵ_z

$$A_0 = 78.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_0 = \pi(d/2)^2 \text{ نوجد}$$

$$\begin{aligned} d &= 10 \text{ mm} \\ F &= 10000 \text{ N} \\ Y &= 10.1 \times 10^4 \text{ Mpa} \\ L_0 &= 101.6 \text{ mm} \\ \nu &= 0.35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= F/A_0 \\ \sigma &= Y\epsilon_z \\ \epsilon_z &= \Delta L/L_0 \\ \text{نوجد } \epsilon_x \text{ من العلاقة} \\ \nu &= \epsilon_x / \epsilon_z \end{aligned}$$

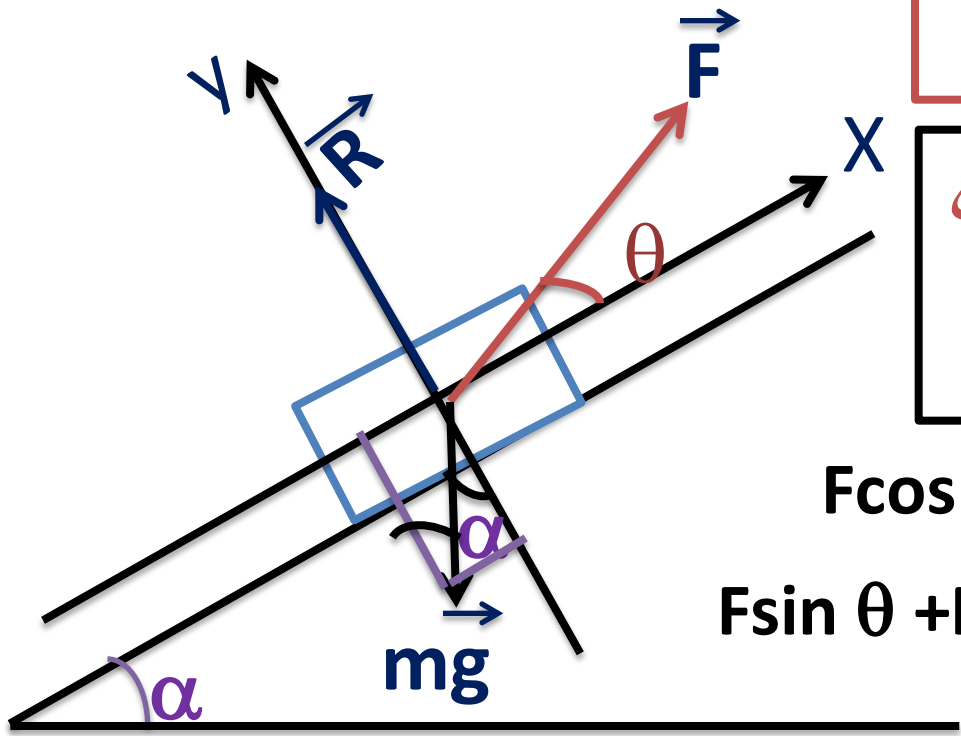
$$\Delta d = -4.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\Delta l = 0.13 \text{ mm}$$

ليكن لدينا جسم كتلته $m=10\text{kg}$ يتوضع على مستوي يميل عن الأفق بزاوية α ، تؤثر عليه القوة $F=50\text{N}$ (التي تميل عن المستوي بزاوية $\theta=30$)، فأوجد:

□ زاوية ميل الطريق α
في حال سكون الجسم؟

سكون الجسم أي الجسم في
حالة توازن : $\Sigma F_x=0$
 $\Sigma F_y=0$,



$$F \cos \theta - mg \sin \alpha = 0: \Sigma F_x = 0$$

$$F \sin \theta + R - mg \cos \alpha = 0: \Sigma F_y = 0$$

$$\alpha = 25.5$$

مسألة في التوازن

يميل سلم طوله 4m و وزنه 200N عن الأفق بزاوية 60°
- احسب جميع القوى الشاقولية و الأفقية المطبقة على السلم بفرض عدم وجود مقاومة احتكاك بين السلم و الحائط

نطبق شرطي التوازن :

$$\Sigma F_y = 0 \quad N = W = 200N$$

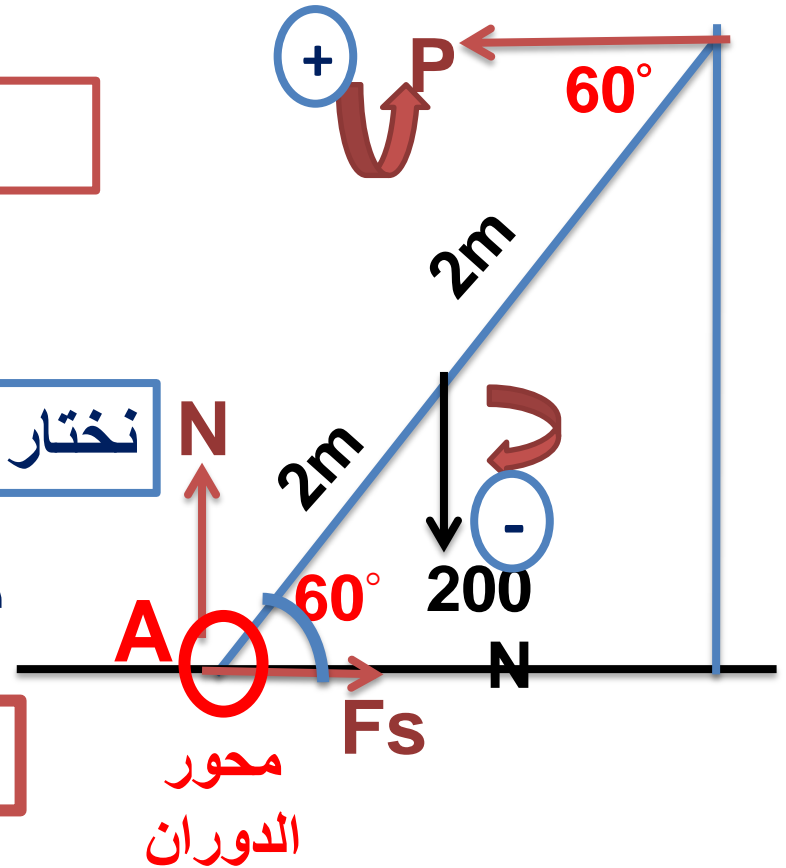
$$\Sigma F_x = 0 \quad P = F_s$$

نختار محور الدوران أسفل السلم عند النقطة A

$$\Sigma \Gamma = 0 \quad \text{محصلة عزوم القوى} = 0$$

$$-200 \times 2 \times \sin 30 + p \times 4 \times \sin 60 = 0$$

$$P = F_s = \frac{100}{\sqrt{3}} N$$

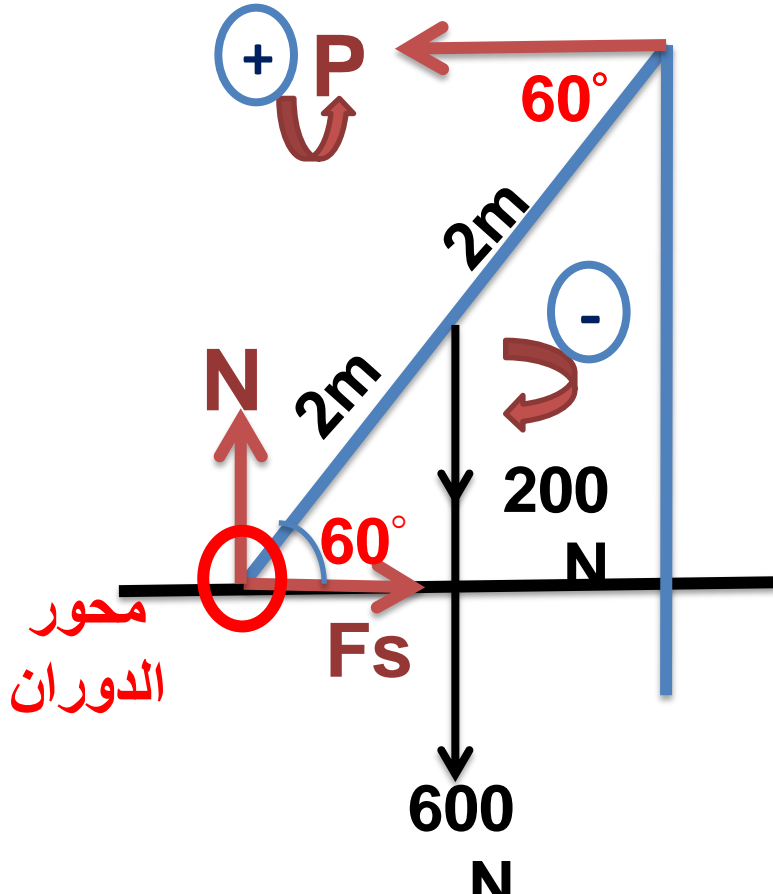


يميل سلم طوله 4m و وزنه 200N عن الأفق بزاوية 60°
 - أوجد معامل الاحتكاك السكوني بين السلم و الأرض عندما يصعد رجل وزنه 600N إلى السلم إلى مسافة 2m من الأرض باتجاه السلم.

$$\Sigma F_y = 0 \quad N = 200 + 600 = 800N$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad P = F_s$$

تعطى F_s بالعلاقة : $F_s = \mu_s \cdot N$
 لإيجاد F_s يجب إيجاد p من محصلة
 محصلة عزوم القوى = 0 $\Sigma \Gamma = 0$



$$-200 \times 2 \times \sin 30 - 600 \times 2 \times \sin 30 + p \times 4 \times \sin 60 = 0$$

$$\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$P = F_s = \frac{400}{\sqrt{3}} N$$

مسائل في الحركة و القذف

تدفع قطعة كتلته $m=2\text{kg}$ على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة ابتدائية $v_0=22\text{m/s}$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$ والمطلوب :

- أوجد قوة الاحتكاك f التي تفعل بالقطعة عندما تتحرك إلى أعلى المستوي
- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة في صعودها المستوي

تحسب N من شرط التوازن على المحور y

تعطى قوة الاحتكاك بالعلاقة $f_k=\mu_k N$

$$fk=5.1N \leftarrow N-mg \cos\theta=0$$

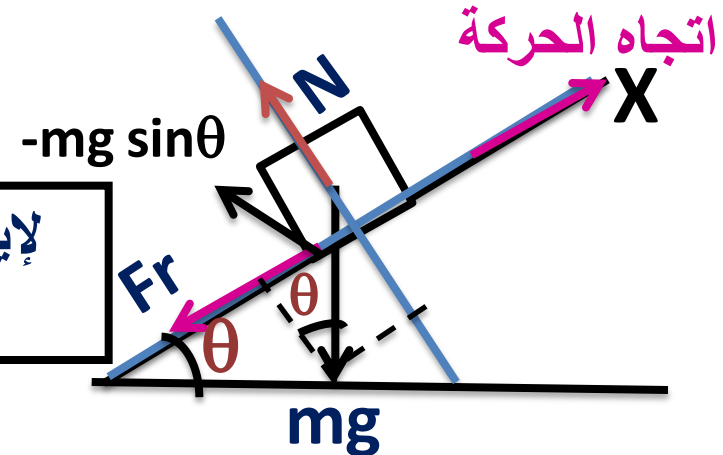
الحركة وفق المحور x مستقيمة متغيرة بانتظام
تتعدم السرعة في آخر المسار : $v_f=at+v_0$ ($v_f=0$)

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع \Leftarrow نحتاج قانون نيوتن الثاني

$$-F_k-mg \sin\theta=ma \leftarrow \Sigma F_x=m a_x$$

$$t=3\text{s}$$

$$a=-7.45\text{m/s}^2$$



حالة الصعود

مسائل في الحركة و القذف

تدفع قطعة كتلته $m=2\text{kg}$ على طريق مائل بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة ابتدائية $V_0=22\text{m/s}$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$ والمطلوب :
٣- ماهي المسافة التي تقطعها القطعة في صعودها المستوي

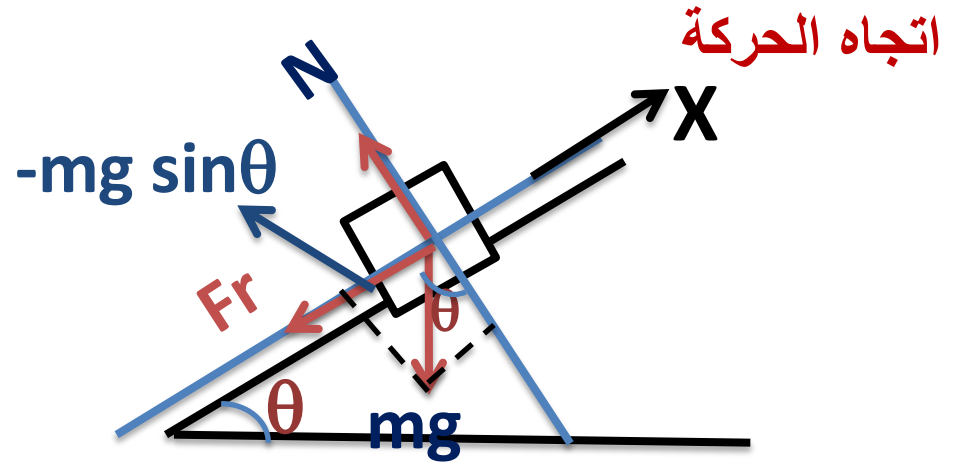
تحسب المسافة من إحدى العلاقتين التاليتين :

$$X = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t + X_0 \quad V^2 - V_0^2 = 2a (X - X_0)$$

حيث $a=-7.45\text{m/s}^2$ ، $t=3\text{s}$

$S=32.48\text{m}$

دراسة حالة الهبوط



حالة الصعود

يقذف جسم شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية 50m/s وحين يعود ساقطا من الأعلى يصادف حاجزا أفقيا موضوعا على بعد شاقولي 55m تحت نقطة القذف فإذا كانت كتلة الجسم 10kg و تسارع الجاذبية الأرضية $g=10\text{m/s}^2$ بإهمال تأثير الهواء والمطلوب:

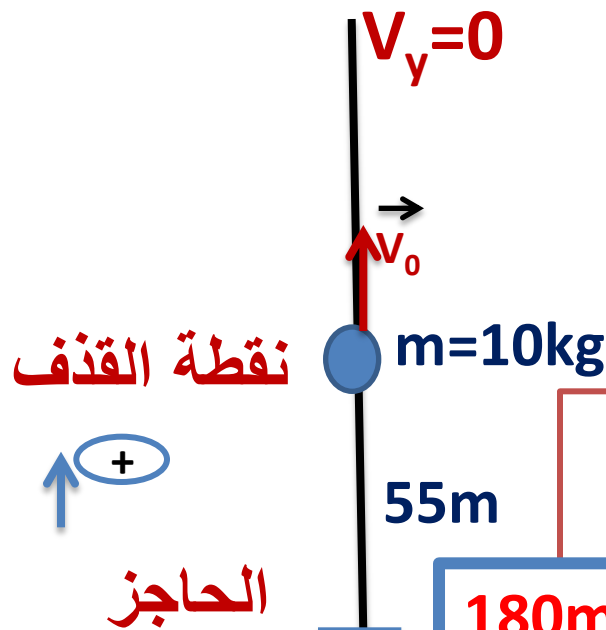
ما هو نوع

القذف؟

(1) - استخراج التوابع الزمنية للحركة $X(t)$ ، $Y(t)$

(2) - ماهي أعلى مسافة يصلها الجسم المقذوف عن الحاجز الأفقي.

(3) - احسب الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل إلى أعلى ارتفاع عن نقطة القذف (بدءا من لحظة القذف).



(1) الحركة وفق المحور y حركة مستقيمة متغيرة بانتظام ولا توجد حركة وفق المحور X

$$X(t)=0$$

$$y(t)=-1/2 g t^2 + V_{0y}t+y_0$$

(2) عند أعلى مسافة (الذروة) تكون السرعة معدومة أي $V_y=0$: $V^2-V_0^2=-2g(y-y_0)$ ، نعوض:

$$180\text{m} = 125+55 = \text{البعد عن الحاجز الأفقي}$$

$$y=125\text{m}$$

3- احسب الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل إلى أعلى ارتفاع عن نقطة القذف (بدءاً من لحظة القذف)

4- احسب الزمن اللازم لعودة الجسم إلى نقطة القذف بدءاً من لحظة القذف

5- احسب سرعة الجسم وطاقته الحركية لحظة ملامسة القذيفة للحاجز الأفقي؟

يحسب الزمن من العلاقة : $V_y = -g t + V_{0y}$ $t_1 = 2.5 \text{ s}$

الزمن اللازم لعودة الجسم إلى نقطة القذف =
زمن الصعود t_1 + زمن الهبوط t_2

يحسب زمن الهبوط من العلاقة :

$$y = 125 \text{ m} \quad V_{0y} = 0 : y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0y} t + y_0$$

$$7.5 \text{ s} = 5 + 2.5 = t \text{ الزمن الكلي} \quad t_2 = 5 \text{ s}$$

سرعة الجسم تحسب من العلاقة : $v^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0)$

$$E_k = 18 \text{ kJ} \quad v = 60 \text{ m/s} \quad \text{نعوض } y - y_0 = 180 \quad V_0 = 0$$

